

Вступительный тест по математике ЭМШ, 2022–2023 учебный год, вариант _____

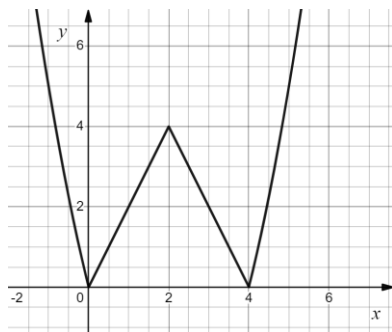
- В далеком 2222 году ЭМШ наконец купила себе пансионат для проведения выездных школ, но на планете Teegarden364, расположенной в созвездии Овна. Длина светового дня на этой планете отличается от земной, поэтому было решено делить сутки не на часы, а на эмшовые пары, те в свою очередь не на минуты, а на слайды (время рассказа одного слайда презентации), а те на секунды. В сутках оказалось 55 слайдов. В парах 451 секунды. Сколько секунд в сутках на планете Teegarden364?
 A) 24805; B) 2255; C) недостаточно данных для решения; D) 506; E) нет правильного ответа.
- Решите:

$$\sqrt{-7-x} + (-7-x)^2 - x - 7 = 0.$$

 A) $x = -7$; B) $x = 7$; C) недостаточно данных для решения; D) $x = \pm 7$; E) нет правильного ответа.
- В ЭМШ учатся 400 школьников, четверть из них любит кошек, половина всех школьников любит собак. Какое максимальное количество школьников может любить и тех, и других, если не любит и кошек, и собак не больше 120 человек.
 A) 0; B) 20; C) 100; D) 200; E) нет правильного ответа.
- В каких координатных четвертях проходит график прямой $-x = y + 1$?
 A) 1, 3, 4; B) 2, 3, 4; C) 1, 2, 3; D) 1, 2, 4; E) нет правильного ответа.
- В прямоугольном треугольнике ABC из прямого угла A провели высоту AH, которая разбила треугольник ABC на два треугольника равных по площади. Найдите площадь треугольника ABC, если гипотенуза BC=8.
 A) 4; B) 8; C) 12; D) 16; E) нет правильного ответа.
- На той самой планете Teegarden364 была обнаружена новая форма жизни: эмшюзория-гитарка. Каждые сутки своего пребывания на Выездной школе ЭМШ она пишет в 5 раз больше песен, чем писала вчера (все песни уникальные, повторений нет). Сколько песен будет написано эмшюзорией за всё время выездной школы, если школа идёт 5 дней, а эмшюзория начала писать в первый день и написала в тот день 2 песни?
 A) 2020; B) 1562; C) 1250; D) 60; E) нет правильного ответа.
- Сколько существует (целых) x , делящихся на 3, при которых дробь $\frac{10}{5-x}$ является целым числом?
 A) 0; B) 2; C) 3; D) 4; E) нет правильного ответа.
- Задана функция:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < -1; \\ -x^2, & -1 \leq x \leq 2; \\ x-6, & 2 < x. \end{cases}$$

 Какое минимальное значение принимает функция на отрезке $[-1; 7]$?
 A) -1 ; B) 0; C) 1; D) 4; E) нет правильного ответа.
- В треугольнике ABC сторона AB=4, угол C=30°, высота BH=2√3. Найдите AC.
 A) 4; B) 6; C) 8; D) решение не единственно; E) нет правильного ответа.
- Скорость движения Глеба по ровной поверхности 12 км/ч, скорость спуска лифта на экономическом факультете 12 этажей/мин. За какое время Глеб доберётся от кафедры математических методов анализа экономики до столовой, если ему придётся пройти 500 метров и спуститься с 3 на 1 этаж? В ответе укажите интервал времени в минутах, в который он придёт к столовой.
 A) (1;2); B) (2;3); C) (3; 4); D) (4;15); E) нет правильного ответа.
- Отношение $\frac{a}{b} = 5\frac{1}{5}$, найдите значение выражения $\frac{3b-5a}{4b}$.
 A) $-2,3$; B) 2; C) 4,75; D) $-5,75$; E) нет правильного ответа.
- На рисунке изображён график функции $f(x)$. Чему равно значение выражения $7 - 3f(2)$?



- A) -5; B) 0; C) 1; D) 4;

Е) нет правильного ответа.

13. Какие утверждения верны:

- Сумма четырёх несократимых дробей с различными числителями и различными знаменателями может быть равна 1.
- Сумма вертикальных углов всегда равна 180° .
- Существуют такие натуральные n , при которых выражение $n^2 + 1$ делится на 3.

- A) а; B) а, b, c; C) b; D) а, b;

Е) нет правильного ответа.

14. Вычислите значение выражения, если $a = 2022$, $b = -2023$:

- A) 1; B) 0; C) 4045; D) -1;

Е) нет правильного ответа.

15. На выездную школу ЭМШ поехали 21 школьников. Среди любых 11 из них имеется хотя бы одна девочка, а среди любого 12 школьника – хотя бы один мальчик. В пансионате есть одно-, двух-, трёхместные номера. Мальчики не могут жить с девочками. Какое минимальное количество номеров займут школьники?

- A) 6; B) 7; C) 8; D) 9;

Е) нет правильного ответа.

16. Решите систему уравнений, найдите сумму координат решения $x_1 + y_1$ (если решений несколько, найдите сумму всех координат $x_1 + \dots + x_n + y_1 + \dots + y_n$):

$$\begin{cases} \frac{1}{y+2} - \frac{1}{x+2} = 2; \\ y = -x - 4. \end{cases}$$

- A) -3; B) -4; C) -5; D) -8;

Е) нет правильного ответа.

17. Найдите длину отрезка на координатной прямой, заданного неравенством:

$$|4x - \sqrt{256}| \leq \sqrt{388 + 2\sqrt{36}}.$$

- A) 5; B) 10; C) 20; D) 400;

Е) нет правильного ответа.

18. 68% учащихся ЭМШ поступили в неё в этом году. Из ребят, которые поступили раньше, 75% – набор 2021 года. Из остальных – 75% поступили в 2020 году. И 10 человек учатся в ЭМШ с 2019 года. Сколько учащихся ЭМШ поступили в неё в этом году?

- A) 400; B) 300; C) 364; D) 350;

Е) нет правильного ответа.

19. Найдите корень уравнения $ax = b$, где a – сумма корней уравнения $x^2 - 3x + 4 = 0$, b – произведение корней уравнения $x^2 - x - 6 = 0$.

- A) -2; B) $\frac{1}{2}$; C) 2; D) $-\frac{1}{2}$;

Е) нет правильного ответа.

20. Решите уравнение:

$$(23x - 22)(2023x - 2022) = 0,$$

в ответ запишите больший из корней.

- A) $\frac{22}{23}$; B) $\frac{2023}{2022}$; C) $\frac{23}{22}$; D) $\frac{2022}{2023}$;

Е) нет правильного ответа.

21. В прямоугольнике ABCD провели прямую EF, такую что E – середина стороны BC, F – середина стороны CD. Площадь треугольника ECF = 1. Найдите площадь прямоугольника ABCD.

- A) 4; B) 8; C) 10; D) 16;

Е) нет правильного ответа.

Вступительный тест по математике ЭМШ, 2022–2023 учебный год, вариант _____

22. В 2020 году на направлении математика в ЭМШ преподавалось 13 курсов, на экономике – 8, на третьем пути – 12. Каждый школьник должен выбрать два зачётных курса из разных направлений (математика + экономика, математика + третий путь, экономика + третий путь). Сколько всего существовало возможных пар зачётных курсов в 2021 году?

- A) 104; B) 156; C) 356; D) 1248; E) нет правильного ответа.

23. Вычислите значение выражения:

$$3 - \left(33 \cdot \frac{7}{22} - 8 \frac{1}{2} \right) \left(7 \cdot \frac{5}{28} + 5 \frac{3}{4} \right).$$

- A) –29,5; B) 17; C) $-317 \frac{19}{22}$; D) –11; E) нет правильного ответа.

24. Пусть выражение $|x|$ численно равняется длине отрезка, соединяющего число x и ноль. Сколько корней имеет уравнение $||x - 2| + 4| = 3$?

- A) 0; B) 1; C) 2; D) 4; E) нет правильного ответа.

25. Выберите наименьшее из чисел:

- A) 2^8 ; B) 3^5 ; C) $2 \cdot 5^3$; D) 7^3 ; E) 17^2 .

26. Выберите функцию, график которой симметричен относительно начала координат:

- A) $y = -1$; B) $y = 3x^2$; C) $y = -2x$; D) $y = -3x^2$; E) такой функции среди ответов нет.

27. Найдите площадь фигуры на координатной плоскости, удовлетворяющей системе:

$$\begin{cases} |y| \leq 1; \\ x \geq 3; \\ y \leq -x + 5. \end{cases}$$

- A) 2; B) 4; C) 6; D) 10; E) нет правильного ответа.

28. В задачнике по математике было 600 задач, в задачнике по экономике – 550 задач. Саша и Сераж одновременно начали решать номера из задачников – Саша из первого (математического), Сераж из второго (экономического). Саша за минуту решал 40 задач, Сераж за минуту решал 45 задач. Через сколько минут в экономическом задачнике останется в 2 раза меньше нерешённых задач, чем в математическом задачнике?

- A) 66; B) 6; C) 9; D) 10; E) нет правильного ответа.

29. В ЭМШ есть компании 3 видов: математики (М), экономисты (Э) и путешественники (П). Любые две компании различных видов при встрече объединяются в одну компанию третьего вида (если математики встречаются с экономистами, то они образуют компанию путешественников). После проведения Юбилея ЭМШ – 55 все компании встретились со всеми и образовали одну большую компанию. Какого же она была вида, если до проведения Юбилея в ЭМШ было 16 компаний математиков, 18 компаний экономистов и 17 компаний путешественников?

- A) М; B) Э; C) П; D) или М, или П; E) нет правильного ответа.

30. В этом году ЭМШ исполняется 55 лет. В каком году была основана наша школа?

- A) 1966; B) 1967; C) 1968; D) 1969; E) нет правильного ответа.